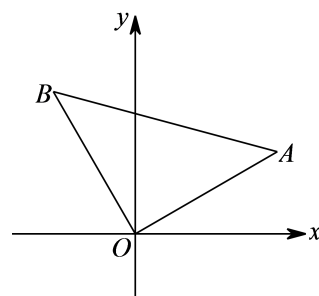


第1讲三角形常用模型（练习）

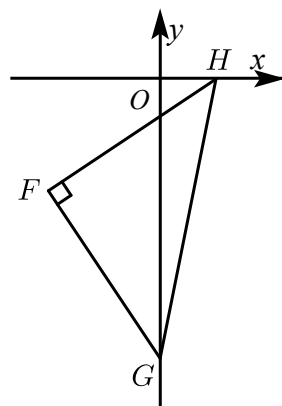
一、全等常用模型

1. 一线三垂直

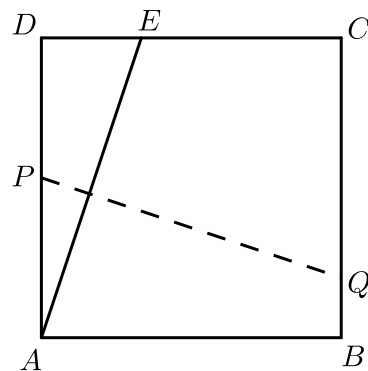
1. 如图， $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形， $AB = 4$ ， OA 与 x 轴的夹角为 30° ，求 B 点的坐标（ ）。



- A. $(-\sqrt{3}, 3)$ B. $(-1, \sqrt{3})$ C. $(-\sqrt{2}, \sqrt{6})$ D. $(-2, -2\sqrt{3})$
2. 如图3，已知点 F 坐标为 $(-4, -4)$ ，当点 G 在 y 轴的负半轴上沿负方向运动时，作 $\text{Rt}\triangle FGH$ ，始终保持 $\angle GFH = 90^\circ$ ， FG 与 y 轴负半轴交于点 $G(0, m)$ ， FH 与 x 轴正半轴交于点 $H(n, 0)$ ，求 $m + n$ 的值。



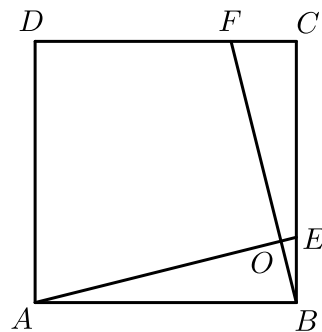
3. 如图，将一边长为12的正方形纸片 $ABCD$ 的顶点 A 折叠至 DC 边上的点 E ，使 $DE = 5$ ，折痕为 PQ ，则 PQ 的长为（ ）。



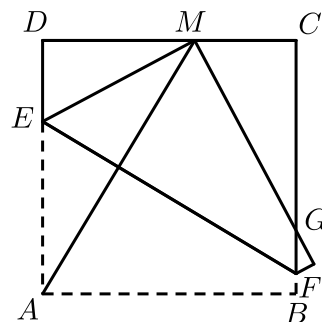
- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

4. 在正方形 $ABCD$ 中。

- (1) 如图，若点 E, F 分别在边 BC, CD 上， AE, BF 交于点 O ，且 $\angle AOF = 90^\circ$ 求证：
 $AE = BF$ 。

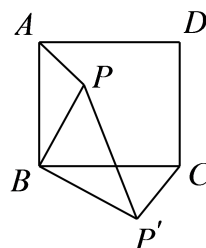


- (2) 如图，将正方形 $ABCD$ 折叠，使顶点 A 与 CD 边上的点 M 重合，折痕交 AD 于 E ，交 BC 于 F ，边 AB 折叠后与 BC 边交于点 G 。若 $DC = 5, CM = 2$ ，求 EF 的长。

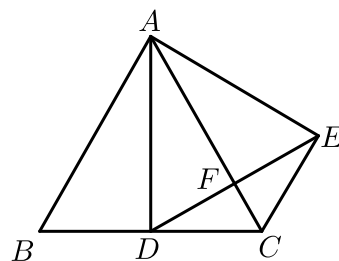


2. 手拉手模型

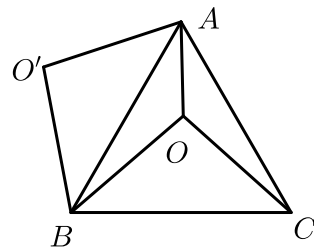
5. 如图，点 P 是正方形 $ABCD$ 内一点，将 $\triangle ABP$ 绕着 B 沿顺时针方向旋转到与 $\triangle CBP'$ 重合，若 $PB = 3$ ，则 PP' 的长为（ ）。



- A. $2\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. 无法确定
6. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， $AB = 4$ ， D 是 BC 的中点，将 $\triangle ABD$ 绕点 A 旋转后得到 $\triangle ACE$ ，连接 DE 交 AC 于点 F ，则 $\triangle AEF$ 的面积为 _____。

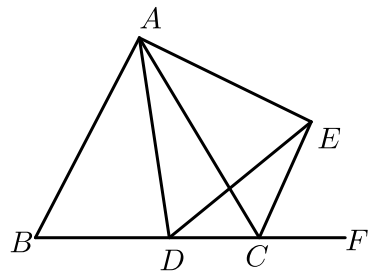


7. 如图， O 是等边 $\triangle ABC$ 内一点， $OA = 6$ ， $OB = 8$ ， $OC = 10$ 。将线段 BO 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到线段 BO' ，连接 $O'A$ 。下列结论：
- ①点 O 与 O' 的距离为8；
 - ② $\angle AOB = 150^\circ$ ；
 - ③ $S_{\text{四边形}AOBO'} = 24 + 16\sqrt{3}$ ；
 - ④ $S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COB} = 24 + 25\sqrt{3}$ 。其中正确结论的序号是 _____。

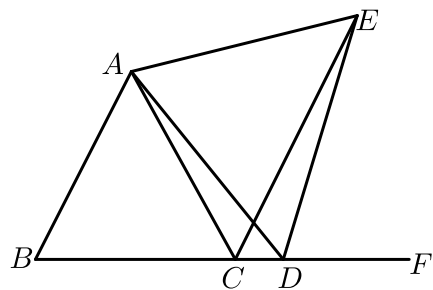


8. 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 D 为直线 BC 上的一动点（点 D 不与 B 、 C 重合），以 AD 为边作等边 $\triangle ADE$ （顶点 A 、 D 、 E 按逆时针方向排列），连接 CE 。

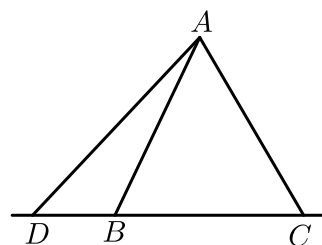
（1）如图，当点 D 在边 BC 上时，求证：① $BD = CE$ ；② $AC = CE + CD$ 。



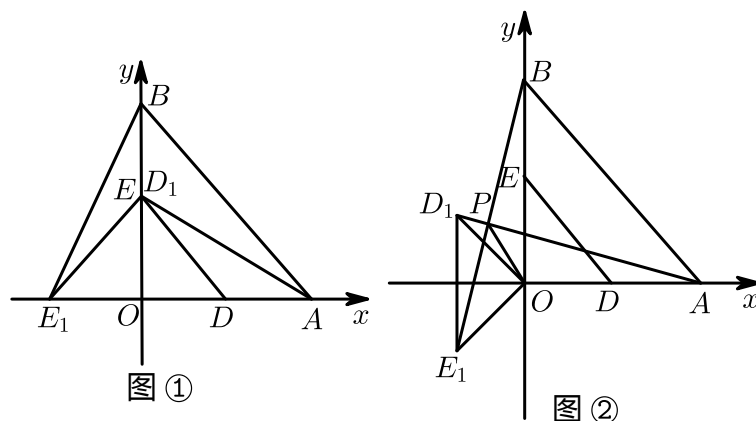
（2）如图，当点 D 在边 BC 的延长线上且其他条件不变时，结论 $AC = CE + CD$ 是否成立？若不成立，请写出 AC 、 CE 、 CD 之间存在的数量关系，并说明理由。



（3）如图，当点 D 在边 BC 的反向延长线上且其他条件不变时，补全图形，并直接写出 AC 、 CE 、 CD 之间存在的数量关系。



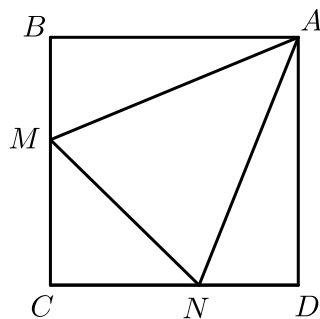
9. 已知，在平面直角坐标系中， $A(4,0)$ ， $B(0,4)$ ，点 D 、 E 分别为 OA 、 OB 的中点，将 $\triangle ODE$ 绕点 O 逆时针旋转一定角度，得到 $\triangle OD_1E_1$ ，设旋转角为 α ，记直线 AD_1 与 BE_1 的交点为 P 。



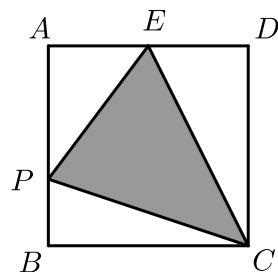
- (1) 如图①， $\alpha = 90^\circ$ ，则点 D_1 的坐标是 _____，线段 AD_1 的长等于 _____，点 E_1 的坐标是 _____，线段 BE_1 的长等于 _____。
- (2) 如图②， $\alpha = 135^\circ$ 。
- ① 求 $\angle APO$ 的大小。
 - ② 求 $\frac{PD_1}{PB}$ 的值。（直接写出结果即可）

3. 角含半角模型

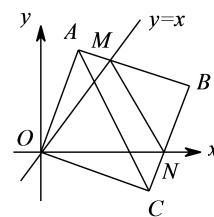
10. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = BC = CD = DA$ ， $\angle BAD = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ，点 M 、 N 分别在边 BC 、 CD 上，且 $\angle MAN = 45^\circ$ ，若 $BM = 3$ ， $ND = 2$ ， MN 的长度为 _____。



11. 如图：正方形 $ABCD$ 的边长为6 cm， E 是 AD 的中点，点 P 在 AB 上，且 $\angle ECP = 45^\circ$ ．则 PE 的长是 _____ cm． $\triangle PEC$ 的面积是 _____ cm^2 ．



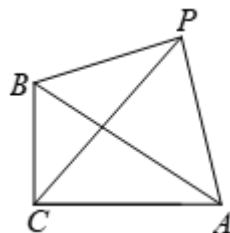
12. 在平面直角坐标系中，边长为2的正方形 $OABC$ 的两顶点 A 、 C 分别在 y 轴的正半轴上，点 O 在原点．现将正方形 $OABC$ 绕 O 点顺时针旋转，当 A 点第一次落在直线 $y = x$ 上时停止旋转，旋转过程中， AB 边交直线 $y = x$ 于点 M ， BC 边交 x 轴于点 N （如图）



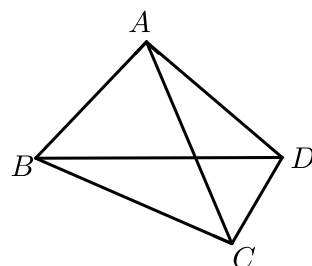
- （1）求 OA 在旋转过程中所扫过的面积；
- （2）旋转过程中，当 MN 与 AC 平行时，求正方形 $OABC$ 旋转的度数；
- （3）设 MBN 的周长为 P ，在正方形 $OABC$ 旋转的过程中， P 值是否有变化？请证明你的结论．

4. 对角互补模型

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = \angle APB = 90^\circ$ ， $AP = BP$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，则 CP 的长等于 _____ ．

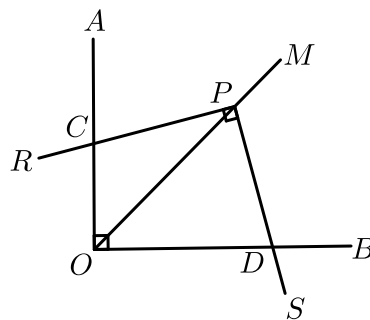


14. 游哥哥测量如图所示的四边形 $ABCD$ 时，测得该四边形的面积为 18cm^2 ， $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，他马上得到 AC 的长度为 _____ cm ．

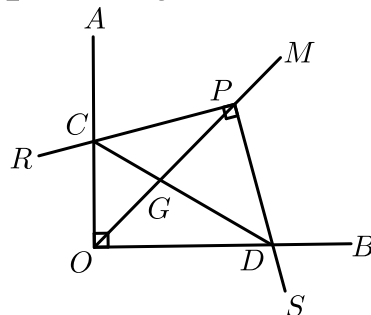


15. 已知 $\angle AOB = 90^\circ$ ， OM 是 $\angle AOB$ 的平分线，将一个直角 RPS 的直角顶点 P 在射线 OM 上移动，点 P 不与点 O 重合．

- (1) 如图，当直角 RPS 的两边分别与射线 OA 、 OB 交于点 C 、 D 时，请判断 PC 与 PD 的数量关系，并证明你的结论．



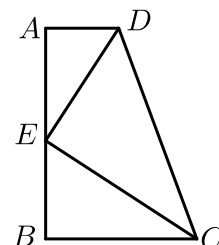
- (2) 如图，在(1)的条件下，设 CD 与 OP 的交点为点 G ，且 $PG = \frac{\sqrt{3}}{2}PD$ ，求 $\frac{GD}{OD}$ 的值．



二、相似常用模型

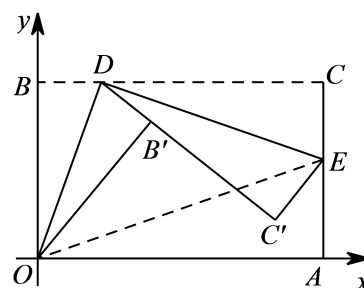
1. 一线三等角模型

16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ，点 E 在 AB 上， $\angle DEC = 90^\circ$ 。



- (1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle BEC$ 。
- (2) 若 $AD = 1$ ， $BC = 3$ ， $AE = 2$ ，求 AB 的长。

17. 如图，将矩形纸片 $ABCD$ 置于直角坐标系中，点 $A(4, 0)$ ，点 $B(0, 3)$ ，点 D （异于点 B 、 C ）为边 BC 上动点，过点 O 、 D 折叠纸片，得点 B' 和折痕 OD 。过点 D 再次折叠纸片，使点 C 落在直线 DB' 上，得点 C' 和折痕 DE ，连接 OE ，设 $BD = t$ 。



- (1) 当 $t = 1$ 时，求点 E 的坐标；
- (2) 设 $S_{\text{四边形}OECB} = s$ ，用含 t 的式子表示 s （要求写出 t 的取值范围）；
- (3) 当 OE 取最小值时，求点 E 的坐标。

18. 如图1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是两个全等的等腰直角三角形, $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$, $\triangle DEF$ 的顶点 E 与 $\triangle ABC$ 的斜边 BC 的中点重合. 将 $\triangle DEF$ 绕点 E 旋转到如图2, 线段 DE 与线段 AB 相交于点 P , 线段 EF 与线段 CA 的延长线相交于点 Q .

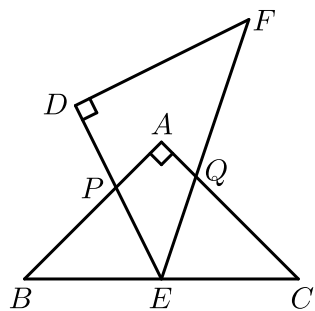


图1

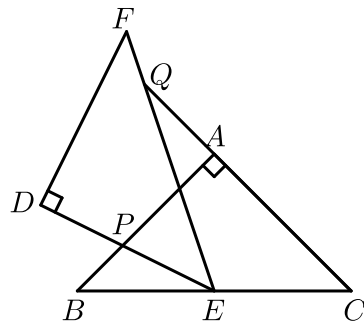
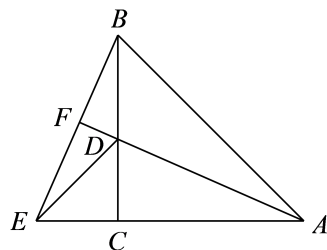


图2

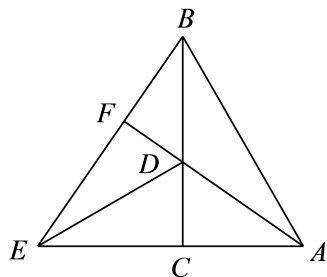
- (1) 求证: $\triangle BPE \sim \triangle CEQ$.
- (2) 已知 $BP = a$, $CQ = \frac{9}{2}a$, 求 P 、 Q 两点间的距离 (用含 a 的代数式表示) .

2. 手拉手模型

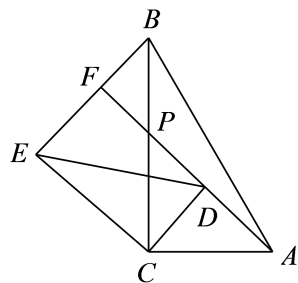
19. 把两个含有 45° 角的直角三角板如图放置，点 D 在 BC 上，连接 BE 、 AD ， AD 的延长线交于 BE 于点 F 。



- (1) 问： AD 与 BE 在数量上和位置上分别有何关系？说明理由。
- (2) 若将 45° 角换成 30° ，如图所示， AD 与 BE 在数量和位置上分别有何关系？说明理由。



- (3) 若将(2)中两个三角板旋转成如图的位置，则(2)中结论是否仍然成立，说明理由。



3. 对角互补模型

20. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，直角 $\angle MON$ 的顶点 O 在 AB 上， OM 、 ON 分别交 CA 、 CB 于点 P 、 Q ， $\angle MON$ 绕点 O 任意旋转．当 $\frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}$ 时， $\frac{OP}{OQ}$ 的值为 _____ ；
当 $\frac{OA}{OB} = \frac{1}{n}$ 时， $\frac{OP}{OQ}$ 的值为 _____ ．（用含 n 的式子表示）

